

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**Методичні вказівки для виконання  
практичного заняття**

**«Біотичні взаємовідносини. Рівняння Лотки-Вольтерри»**

**з дисципліни «Екологія»**

для студентів спеціальності 263 «Цивільна безпека»  
освітня програма «Охорона праці»

Затверджено  
редакційно-видавничою радою  
університету,  
протокол № 3 від 06.11.2019 р.

Харків  
НТУ «ХПІ»  
2020

Методичні вказівки до виконання практичного заняття «Біотичні взаємовідносини. Рівняння Лотки – Вольтерри» з дисципліни «Екологія» для студентів спеціальності 263 «Цивільна безпека», освітня програма «Охорона праці», уклад. Древаль О. М. – Харків : НТУ «ХП», 2020. – с.

Укладач: О. М. Древаль

Рецензент: Л. А. Васьковець

Кафедра охорони праці та навколишнього середовища

## ВСТУП

Біотичні взаємовідносини є результатом взаємодії організмів один з одним. У природі немає організмів, які ізольовані від оточуючого середовища. Взаємодія організмів з довкіллям є основою для їхнього виживання та функціонування природних екосистем у цілому.

В екології біотичні відносини являють собою взаємодії між двома видами в екосистемах. Ці взаємовідносини можуть бути класифіковані у різні групи взаємодій, залежно від ефекту або механізму взаємодії. Взаємодії між двома видами не обов'язково передбачають прямий контакт. Внаслідок існування різноманітних зв'язків у природних екосистемах види можуть впливати один на одного непрямо, наприклад, через розподіл ресурсів, або у результаті прямої боротьби.

У природній екологічній системі завжди підтримується рівновага, що виключає необоротне знищення тих або інших ланок у трофічних ланцюгах. Чисельність і вовків, і оленів завжди буде підтримуватися на певному рівні. Це є виявленням основної властивості екосистеми – самоорганізації. Будь-яка природна екосистема є збалансованою, стійкою. Якби вовки могли з'їсти усіх оленів, то вони вимерли б самі.

Коливання чисельності тварин в екосистемах мають велике значення для людей (наприклад, коливання рибних уловів).

У період масових розмножень комах у лісах або на сільськогосподарських культурах, у випадках різких зростань чисельності гризунів (мишей, пацюків) у населених пунктах завдаються істотні шкоди приросту деревени, врожаю, запасам продуктів. Тому перед людиною періодично встає задача боротьби з «шкідниками», для чого потрібні витрати енергії і матеріалів. Важливо своєчасно передбачити спалах розмноження тієї чи іншої популяції в конкретній екосистемі для попередження шкоди. Для достовір-

ного прогнозування змін чисельності живих організмів необхідно знати причини, за якими вони відбуваються, та закономірності розвитку.

Розв'язуванню таких питань присвячені диференціальні рівняння Лотки – Вольтерри.

*Мета* заняття – практичне ознайомлення студентів із біотичними взаємовідносинами популяцій в угрупованнях, рівняннями Лотки – Вольтери, креслення за результатами розрахунків графіків чисельності популяцій жертв і хижаків, а також фазового портрету для моделі Лотки – Вольтерри.

## 1. Загальні відомості

В екосистемах існують різні форми залежності одного виду від іншого, які можуть бути як сприятливими, так і не дуже. Учені підраховали, що якщо в екосистемі взаємодіють 1 тис. видів, то кількість лише первинних зв'язків між ними може теоретично досягти 499 500. Але реальні екосистеми багатші на види. Так, в екосистемі лише Азовського моря більше 6 тис. видів.

Серед величезної різноманітності взаємозв'язків живих істот виділяють певні типи стосунків, що мають багато спільного в організмах різних систематичних груп. Теоретично взаємодію популяцій двох видів в екосистемі можна виразити у вигляді таких комбінацій символів: 00; – –; ++; +0; –0; +–, які означають:

- (0) – істотна взаємодія між популяціями відсутня;
- (+) – сприятливий вплив на ріст, виживання або інші характеристики популяції;
- (–) – гнітючий вплив на ріст або інші характеристики популяції.

Виділяють 9 типів найважливіших взаємодій між видами:

- **нейтралізм (00)** – асоціація двох популяцій не позначається ні на одній з них;
- **взаємне конкурентне придушення(– –)** – обидві популяції взаємно придушують одна одну;
- **конкуренція за загальний ресурс (– –)** – кожна популяція несприятливо впливає на іншу в боротьбі за функціональний ресурс (наприклад, харчовий);
- **аменсалізм (–0)** – одна популяція придушує іншу, але сама не зазнає негативного впливу;
- **паразитизм (+–)** – популяція «паразита» наносить шкоду популяції «хазяїна»;
- **хижацтво (+–)** – одна популяція несприятливо впливає на іншу, нападаючи безпосередньо на неї, але, тим не менше сама залежить від об'єкта свого нападу;
- **коменсалізм (+0)** – одна популяція отримує користь від об'єднання, для іншої це об'єднання байдуже;
- **протооперація (++)** – обидві популяції одержують користь від об'єднання, але ці стосунки не обов'язкові;

- **мутуалізм (++)** – зв'язок популяцій сприятливий для росту й виживання обох, причому в природних умовах не одна з них не може існувати без іншої.

Приклади біотичних стосунків між популяціями в угрупованнях наведені в додатку 1.

До складу будь-якої екосистеми або біогеоценозу звичайно входить безліч видів рослин, тварин, грибів, бактерій, кожний з яких показаний тут популяцією. Усі живі організми зазнають впливу з боку організмів як свого, так й іншого виду, тобто мають місце **внутрішньовидова** та **міжвидова конкуренції**.

Для **внутрішньовидової конкуренції** характерні свої особливості. Причиною її виникнення є типова ситуація, коли ресурс, за який борються особини, кількісно обмежений. Виникає **жорстка конкуренція** (за територію, кормові ресурси тощо), що спостерігається при високій щільності популяції.

Іншою формою внутрішньовидової конкуренції є **суперництво**, коли одна особина не дає іншій зайняти існуючу територію й використати її ресурси. У цьому випадку можливою є форма **ідеальної або безкомпромісної конкуренції**, яка вирішується еміграцією на інші території.

Гострота конкуренції та її вплив на популяцію залежить від щільності, яка визначає частоту й інтенсивність контактів конкурентів.

Внутрішньовидова конкуренція не лише збіднює ресурси й цим призводить до підвищення смертності, затримки росту особин, вона спонукає до самоагресії, канібалізму, зменшує реалізацію потенційно можливого вкладу особини в наступне покоління та розвиток популяції.

Для рослин внутрішньовидову конкуренцію між особинами можна характеризувати як боротьбу за світло, вологу, площу мінерального харчування. У цій конкуренції сильніше розвинені організми, які знаходяться поруч, витісняють слабших зовсім або сильно пригнічують розвиток їх і призводять до поступового відмирання. Саме тому в агрофітоценозах для зменшення конкуренції і створення оптимальніших умов для росту і розвитку культурних рослин регулюють щільність особин та площу їхнього мінерального харчування шляхом відповідного типу сівби або прорідження посівів, знищення бур'янів та підбору для змішаних посівів біологічно сумісних видів.

У природних популяціях рослин має місце саморозрідження – зменшення кількості особин на одиницю площі. Число дерев на одиницю площі зменшується з віком насаджень. До дорослого стану (100–120 років) за відношенням до проростків доживає менше однієї тисячної їх.

У тварин різних видів теж у процесі еволюції виробились відповідні пристосування до життя в середовищі *малонасиченому* або *густонаселеному* особинами популяції.

Такі пристосування описуються теорією *r/K* – відбору, згідно з якою природний відбір у процесі еволюції відбувається за одним з двох можливих сценаріїв, або стратегій збереження стабільної кількості популяції.

У першому випадку можуть розмножуватися дрібні тварини – так звані *r-стратегі*, основна енергія яких спрямована на процеси розмноження. Їхні нащадки будуть виживати, хоч щільність популяції буде високою.

Серед організмів, які існують за цією стратегією, зустрічаються бактерії та діатомові водорості, комахи та сміттєві рослини, а також головоногі і деякі ссавці (особливо дрібні гризуни).

У другому випадку можуть вистояти в конкуренції за простір і корм великі тварини й відносно такі ж їхні наслідки – так звані *K-стратегі*. Основна енергія цих організмів спрямована на конкурентну боротьбу, на підвищення свого виживання, на продукування конкурентоздатних нащадків.

Типовими *K-стратегіями* є великі тварини – слони, бегемоти, кити, а також людиноподібні мавпи та люди.

***Міжвидова конкуренція*** пов'язана з поняттям ***екологічної ніші***.

***Екологічна ніша*** – місце виду в природі, що включає не тільки положення виду в просторі, але й функціональну роль в угрупованні (наприклад, трофічний статус) та його положення відносно абіотичних умов існування (температури, вологості та ін.).

За образним висловом Ю. Одума, місцезнаходження – це «адреса» організму, а ніша – його «професія», що вказує на функцію в угрупованні чи екосистемі, у природі.

Популяції різних видів біогеоценозу перебувають у постійній взаємодії й здійснюють певний вплив одна на одну. Конкурентні стосунки в процесі тривалої міжвидової боротьби є важливим фактором, який регулює просторові розміщення, чисельність і склад видів в угрупованнях. Екологі-

чні ніші видів часто перекриваються й це створює умови для міжвидової конкуренції.

**Міжвидова конкуренція** – це активний пошук двох або декількох видів одних і тих самих ресурсів середовища місцезростання рослин або проживання тварин. Є ще й інше визначення: *конкуренція* – це явище, яке спостерігається при використанні різними особинами одного й того ж джерела енергії.

У регіонах, де відбуваються великі екологічні катаклізми, такі як, наприклад, зони виверження вулканів, *r* і *K*-стратегії відіграють дуже важливу роль в екологічній сукцесії (або послідовності), яка відновлює баланс екосистеми. Як правило, основну роль тут відіграють *r*-організми завдяки своїй високій репродуктивності. Внаслідок такої стратегії флора та фауна швидко збільшує свій потенціал, і в міру відновлення рівноваги з довкіллям (в екології – клімаксне угруповання), послідовники *K*-стратегії виходять на перший план.

З усіх біотичних стосунків найбільший вплив на популяцію мають саме **конкуренція**, а також **хижацтво**.

Наукові основи конкуренції розробили незалежно один від одного А. Лотка (1925 р.) і В. Вольтерра (1926 р.), стислі біографічні відомості про яких наведені у додатку 4.

Вони досліджували функціонування складної системи «хижак-жертва» методом моделювання, використовуючи для цього з'ясування впливу різноманітних факторів на зміну кількості одного виду математичні моделі диференціальних рівнянь швидкостей зростання популяції, на яку впливає інша популяція.

Для з'ясування дії різноманітних факторів на зміну кількості одного виду використовують математичні моделі у формі диференціальних рівнянь швидкостей зростання популяції, на яку впливає інша популяція. Подане нижче рівняння (формула 1) описує логістичну модель Ферхюльста – Пірла:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 \cdot N_1 - \frac{r_1}{K_1} \cdot N_1^2 - \alpha \cdot N_1 \cdot N_2, \quad (1)$$

де *r* – репродуктивний (біотичний) потенціал; *K* – стабільна кількість, до якої прагне популяція у цих умовах (ємність середовища); *N*<sub>1</sub>, *N*<sub>2</sub> – чисельність популяції 1 і 2; *α* – коефіцієнт, що визначає напруженість міжвидової



конкуренції;  $\frac{dN}{dr}$  – швидкість зростання популяції;  $r \cdot N$  – максимальна швидкість зростання популяції;  $\frac{r}{K}$  – коефіцієнт, що визначає напруженість внутрішньовидової конкуренції.

З розв’язку цих рівнянь випливає, що швидкість зростання кожної популяції дорівнює максимальній швидкості зростання мінус вплив власної кількості (напруженість внутрішньовидової конкуренції) і мінус вплив іншого виду (напруженість міжвидової конкуренції). Причому останній параметр може бути позитивним і дорівнювати нулю (див. типи взаємодій між видами).

При розгляді взаємодії великої кількості популяцій складається відповідна система рівнянь.

Якщо обмежитися взаємодією двох популяцій, можна записати друге рівняння:

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 \cdot N_2 - \frac{r_2}{K_2} \cdot N_2^2 - \beta \cdot N_2 \cdot N_1, \quad (2)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт конкуренції, що визначає вплив виду 1 на вид 2.

Система рівнянь для двох популяцій (1)–(2) носить назву рівнянь Лотки – Вольтерри.

Один з основних результатів полягає в тому, що при конкуренції і відсутності сховищ один з видів за необхідністю вимирає, інший досягає стійкого стану. І це відповідає як експериментальним даним, так і реальному розвитку природних екосистем.

У системі «хижак – жертва» картина цілком інша. При відсутності внутрішньовидової конкуренції ( $K_1 = K_2 = \infty$ ) і конкурентного впливу жертви на хижака ( $\beta = 0$ ), але при наявності залежності народжуваності хижака ( $B_2$ ) від кількості жертви ( $B_2 = K_n \cdot \alpha \cdot N_1$  де  $K_n$  – коефіцієнт корисної дії переробки біомаси жертви на біомасу хижака) одержуємо класичну модель В. Вольтерри

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 \cdot N_1 - a \cdot N_1 \cdot N_2, \quad \frac{dN_2}{dt} = (K_n \cdot \alpha \cdot N_1 - D_2) \cdot N_2, \quad (3)$$

де  $B$ ,  $D$  – функції народжуваності і смертності;  $\alpha \cdot N_1$  – швидкість споживання жертви одним хижаком.

Для системи з постійними коефіцієнтами модель має точний аналітичний розв'язок. Аналіз цієї моделі дозволяє зробити висновок, що в системі «жертва – хижак» за відповідних умов можливий стійкий режим коливань жертв  $N_1$  і хижаків  $N_2$ .

Приклади типових графіків чисельності популяцій «хижака» і «жертви» за часом і типового фазового портрету системи «хижак – жертва» наведені на рис.1 і 2 додатка 2 відповідно.

Суцільна крива на рис. 2 називається граничним стійким циклом. Вказане направлення його проходження (стрілки) і розмітка за часом, наприклад у роках (цифри). Згідно із стійким циклом відбуваються взаємозв'язані коливання кількості популяцій жертви і хижака з одним періодом (у цьому випадку 4 роки). Такого роду залежності були реально виявлені. Вони відповідають найважливішій властивості живої природи – *саморегуляції*. Цей цикл називається граничним тому, що до нього будуть прямувати всі інші траєкторії співвідношень кількості хижаків і жертв незалежно від їх початкового співвідношення. Таким чином, хижак виявляє ні би стабілізуючий вплив на кількість жертви, не допускаючи її вибухового збільшення і загибелі надалі. Тобто вовки і лисиці теж потрібні для стійкого існування зайців і косуль.

## 2. Зміст і порядок проведення заняття

1. Студенти об'єднуються в групи по 2–3 чоловіки або працюють індивідуально.
2. Викладач знайомить студентів із практичним заняттям.
3. Далі студенти працюють за такою схемою:
  - вивчення теоретичного матеріалу;
  - ознайомлення з вихідними даними завдання (додаток 2) та кресленням графіків чисельності жертв і хижаків, а також фазового портрету для моделі Лотки – Вольтерри (приклади типових графіків чисельності та фазового портрету див. у додатку 3);
  - оформлення та захист звіту, відповіді на контрольні запитання.
4. Під час заняття викладач надає консультативну допомогу, контролює знання студентів шляхом усного опитування, виставляє в кінці заняття оцінку роботу студентів.

### 3. Зміст звіту

1. Назва та мета заняття.
2. Основні теоретичні положення щодо теми практичного заняття.
3. Таблиця вихідних даних.
4. Графіки чисельності жертви і хижака згідно моделі Лотки – Вольтерри.
5. Фазовий портрет для моделі Лотки – Вольтерри.
6. Висновки.

### Контрольні запитання

1. Типи біотичних стосунків.
2. Нейтралізм. Сутність. Навести приклади.
3. Взаємне конкурентне придушення. Сутність. Навести приклади.
4. Конкуренція за загальний ресурс. Сутність. Навести приклади.
5. Аменсалізм. Сутність. Навести приклади.
6. Паразитизм. Сутність. Навести приклади.
7. Хижацтво. Сутність. Навести приклади.
8. Коменсалізм. Сутність. Навести приклади.
9. Протокооперація. Сутність. Навести приклади.
10. Мутуалізм. Сутність. Навести приклади.
11. Внутрішньовидова конкуренція. Причини виникнення. Види.
12. Яке середовище сприятливе для життя *r*-стратегів? *K*-стратегів?
13. Міжвидова конкуренція.
14. Екологічна ніша.
15. Сутність рівнянь Лотки – Вольтерри.
16. Фактори, що впливають на швидкість зростання кількості популяції.
17. Як залежить кількість хижаків від кількості жертви? Поясніть на прикладі побудованих графіків.

## ДОДАТКИ

### Додаток 1

#### Приклади біотичних стосунків двох популяцій в угрупуванні

##### **Нейтралізм** (від лат. *neuter* – ні той, ні інший)

Існування в лісі білок та лосів, які практично не контактують між собою. Інший приклад: вовк ніяк не пов'язаний із чагарником бруслини, але цей зв'язок реалізується через популяцію косулі, на яку полює вовк, і яка харчується бруслиною.

##### **Взаємне конкурентне придушення**

При змішаних посівах різних видів конюшини вони співіснують, але конкуренція за світло призводить до зменшення густоти кожного з них. Іншим прикладом може бути взаємодія бур'янів та культурних рослин.

##### **Конкуренція за загальний ресурс**

Суперництво між вовками, рисями та лисицями в північних лісах, між гієнами й левами в саванах та ін.

##### **Аменсалізм** (від лат. *a* – ні та *mensa* – стіл, їжа):

- деякі плісняві гриби, які виділяють антибіотики, що пригнічують ріст бактерій; при цьому бактерії не впливають на гриби;
- взаємодія ціанобактерій, які насичують водне середовище киснем, і анаеробних бактерій, чий розвиток розчинений кисень пригнічує;
- синьо-зелені водорості, розмножуючись, призводять до отруєння водної фауни (гідробіонтів).

##### **Паразитизм** (від др. грец. *para* – поруч та *sitos* – їжа):

- міноги нападають на тріску, лососів, корюшку, осетрів та ін. крупних риб і навіть китів. Присмоктовуючись до жертви мінога харчується соками її тіла на протязом декількох днів, навіть тижнів. Багато з риб гинуть від нанесених нею численних ран;
- воші, кліщі, пухоїдки, деякі гриби, що мешкають на поверхні тіла «хазяїна»; круглі й плоскі черв'яки, найпростіші гриби, що мешкають у середині тіла «хазяїна».

##### **Хижацтво**

Хижацтво дуже поширено в природі як серед тварин, так і серед рослин. Приклади: комахоїдні рослини (росичка, непентес, Венерина мухоловка та ін., (усього близько 450 видів); лев, що поїдає антилопу.

### *Продовження додатка 1*

**Коменсалізм** (від лат. *cum* – разом, *mensa* – стіл, їжа):

– *співтрапезування* – зв'язок, за якого організми діляться їжею, споживаючи різні харчові продукти (приклад: копитні та бабаки, які поїдають у степах траву на різній висоті);

– *нахлібництво* – відносини, коли одні організми доїдають рештки їжі інших (приклад: великі хижаки та дрібніші види; риби-лоцмани, які прямують за акулами, дельфінами, черепахами, годуються залишками їжі цих тварин, їхніми екскрементами та паразитами тощо);

– *квартирування* – взаємовідносини, коли одні організми оселяються в помешканнях чи на поверхні інших (приклад: мешкання в норах гризунів або ходах крота інших тварин; на деревах поселяються водорості, лишайники, мохи, орхідеї, які харчуються за рахунок фотосинтезу та тканин господаря, що відмирають, але не їх соком; поселення птах у кронах дерев, використання рослинного субстрату для будування житла, перенесення насіння та плодів рослин тваринами).

**Протокооперація** (від грец. *protos* – перший та лат. *cooperation* – співробітництво):

– взаємодія крабів і кишковопорожнинних (наприклад, актинія), які, сидячи на крабі, маскують його, оберігаючи таким чином від ворогів. З іншого боку, вони використовують крабів як транспортний засіб, а головне – їм потрапляє чимало об'їдків від столу партнера;

– птахи, що харчуються плодами, і рослини, плодами яких харчуються ці птахи (поширення сім'ї);

– риба-чистильник і мурена. Риби-чистильники звільняють крупних хижаків від зовнішніх паразитів, що знаходяться на шкірі, зябрової та ротової порожнинах тощо.

**Мутуалізм** (від лат. *mutuus* – взаємний)

Інший приклад – відносини термітів та джгутикових найпростіших, що живуть у їхньому кишечнику. Терміти харчуються деревиною, однак у них не має ферментів для переварювання целюлози. Джгутиконосці виробляють такі ферменти й переводять клітковину в цукор. Без найпростіших – симбіонтів – терміти гинуть від голоду; самі джгутиконосці, крім сприятливого мікроклімату, отримують у кишечнику термітів їжу та умови існування.

## Додаток 2

### Вихідні дані

Для вивчення взаємозв'язків між популяціями жертви й хижака досліджувалася модель із постійними коефіцієнтами. При цьому наявність внутрішньовидової конкуренції не враховувалась.

Результати дослідження надані у таблиці 1.

Таблиця 1 – Чисельність популяцій в системі «жертва – хижак»

Час	Чисельність популяції		Час	Чисельність популяції		Час	Чисельність популяції	
	жертва	хижак		жертва	хижак		жертва	хижак
0	300	100	16	75	240	32	385	190
2	385	190	18	95	115	34	255	250
4	255	250	20	300	100	36	75	240
6	75	240	22	385	190	38	95	115
8	95	115	24	255	250	40	300	100
10	300	100	26	75	240	5	124	260
12	385	190	28	95	115	7	70	175
14	255	250	30	300	100	9	210	95

### Додаток 3

#### Приклади типових графіків чисельності та фазового портрету

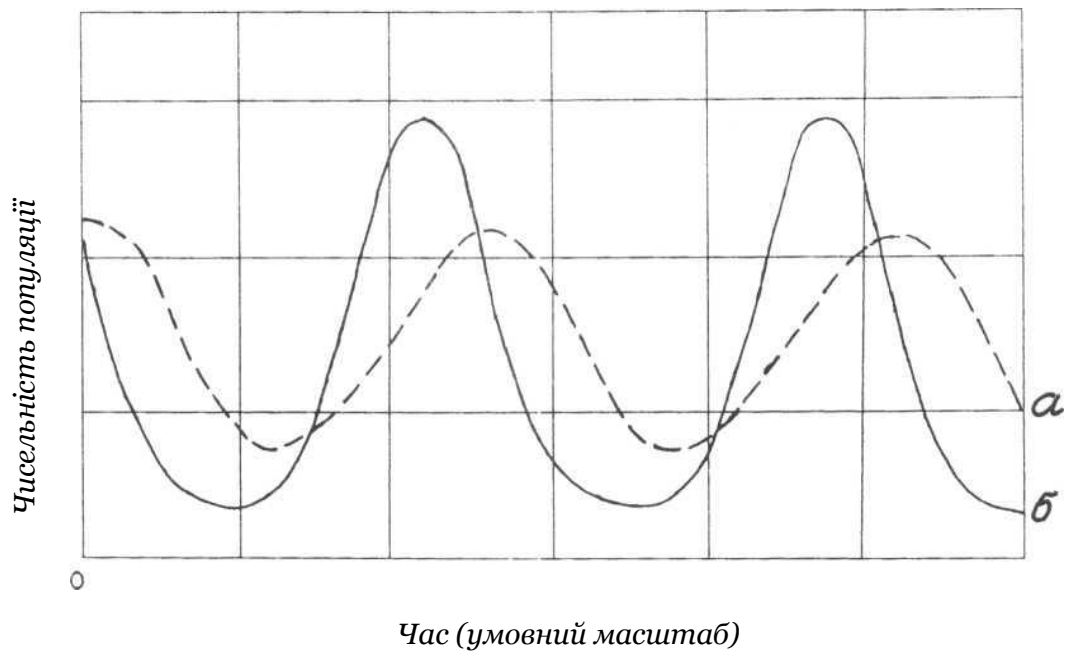


Рис. Д.3.1. Приклад типових графіків чисельності популяцій «хижака» і «жертви»: *а* – «хижак»; *б* – «жертва»

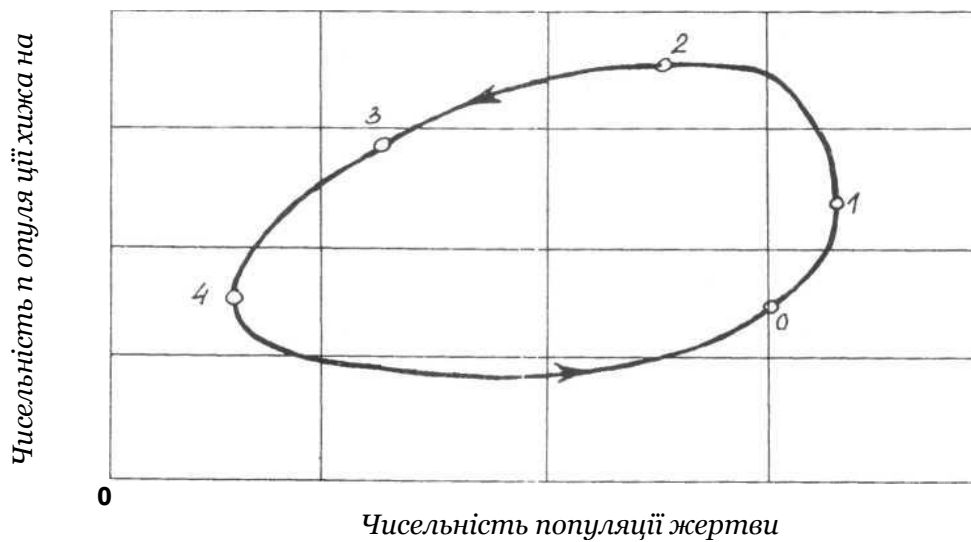


Рис. Д.3.2. Приклад типового фазового портрету системи «хижак-жертва»

## **Додаток 4**

### **Біографічні дані**

Альфред Джеймс Лотка (1880–1949) – американський математик та страховий аналітик. Альфреда Лотку можна вважати нашим співвітчизником, оскільки він народився у Львові, який тоді знаходився на території Австро-Угорщини й іменувався Лембергом.

Віто Вольтерра (1860–1940) – італійський математик, фізик, викладач. Народився в Анконі (Папська держава). Член-кореспондент по розряду математичних наук фізико-математичного відділення Російської імператорської академії наук з 1908 р., почесний член Російської академії наук з 1926 р.

Система двох диференціальних рівнянь, яка описує кінетику чисельності популяцій з одним типом хижаків і одним типом жертви (рівняння Лотки – Вольтерри) отримана ними незалежно один від одного в 1925 і 1926 рр. і використана В. Вольтеррою для пояснення коливань рибних уловів Адріатичному морі. Відтоді ці рівняння були предметом численних досліджень.



### **Список літератури**

1. Березуцький В.В. Екологія : навч. посіб. / В. В. Березуцький, Л. А. Васьковець, О. М. Древаль. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – 420 с.
2. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра. – М. : Наука, 1976. – 276 с.

## ЗМІСТ

Вступ.....	3
1. Загальні відомості.....	5
2. Зміст і порядок проведення заняття.....	10
3. Зміст звіту.....	11
Контрольні запитання.....	11
ДОДАТКИ.....	12
Додаток 1.....	12
Додаток 2.....	14
Додаток 3.....	15
Додаток 4.....	16
Список літератури.....	17

Навчальне видання

**Методичні вказівки**

до виконання практичного заняття

«Біотичні взаємовідносини. Рівняння Лотки – Вольтерри»  
з дисципліни «Екологія»  
для студентів спеціальності 263 «Цивільна безпека»,  
освітня програма «Охорона праці»  
усіх форм навчання

ДРЕВАЛЬ Олександр Миколайович

Відповідальний за випуск проф. Березуцький В. В.  
Роботу до видання рекомендувала проф. Пономаренко О. І.  
Редактор Н. В. Верстюк

План 2019 р., поз. 274

Підп. до друку 20.05.20. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.  
Riso-друк. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. \_\_\_\_\_.  
Наклад 50 прим. Зам. № \_\_\_\_\_. Ціна договірна.

---

Видавець Видавничий центр НТУ «ХП».  
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.  
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

---

Виготовлювач \_\_\_\_\_

---